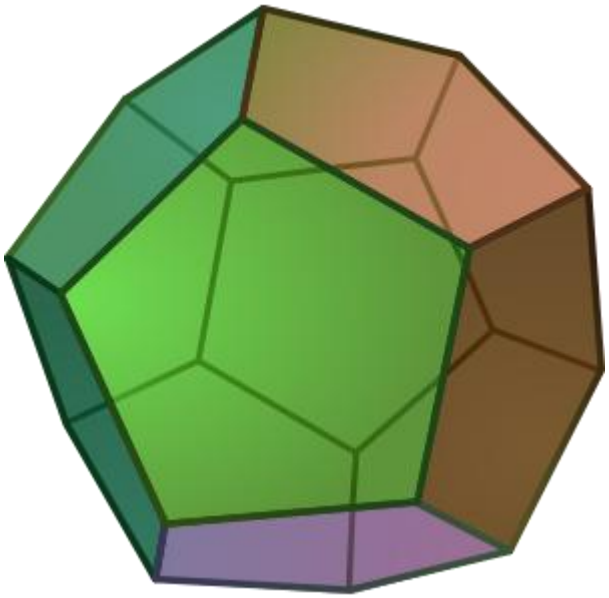
ZOME - SPOZNAJMO POLIEDRE

FAMNIT-ov poletni tabor „Matematika je kul“

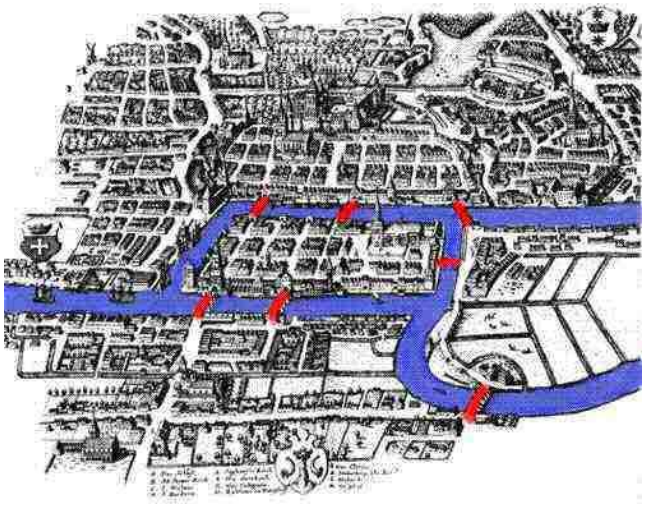


Olga Kaliada, avgust 2011

Teorija grafov

Teorija grafov je veja matematike in računalništva, ki raziskuje značilnosti grafov.

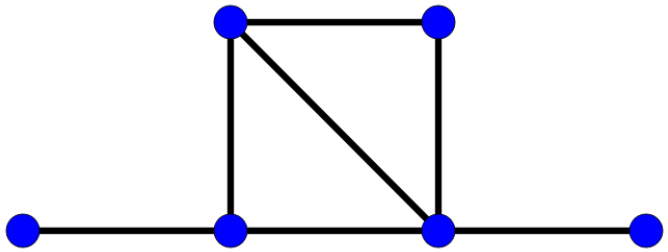
Eden prvih rezultatov v teoriji grafov se je pojavil v Eulerjevem članku o sedmih königsberških mostovih, objavljenem leta 1736.



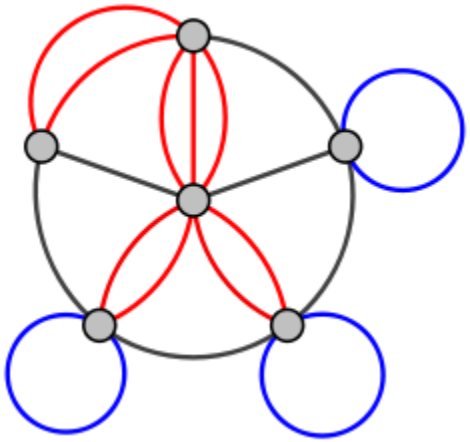
Graf

- GRAF G je množica točk v prostoru in povezav med temi točkami. Označimo ga z G=(V, E), kjer je V(G) množica točk in E(G) množica povezav grafa G.

- Pravimo, da je graf ENOSTAVEN, če nima niti zank (povezava, katere začetna točka je tudi končna točka) niti vzporednih povezav (dve povezavi, ki imata skupno začetno in končno točko).



MULTIGRAF je graf, ki ima večkratne povezave.



STOPNJA TOČKE je število vseh sosednjih povezav.

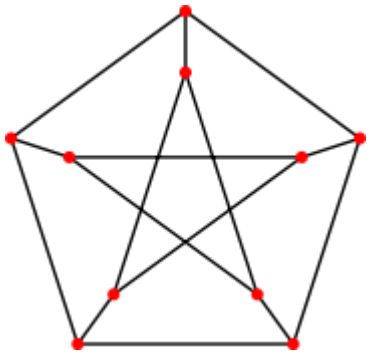
Oznaka: *deg (v)*

LEMA O ROKOVANJU: Vsota vseh stopenj točk je enaka dvojnemu številu vseh povezav v grafu, z oznakami:

$$\sum_{v \in V(G)} d(v) = 2 \cdot |E(G)|$$

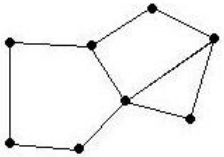
Posledica leme o rokovanju: število vseh točk lihe stopnje v grafu je sodo.

Grafi, ki imajo vse točke iste stopnje, so REGULARNI.

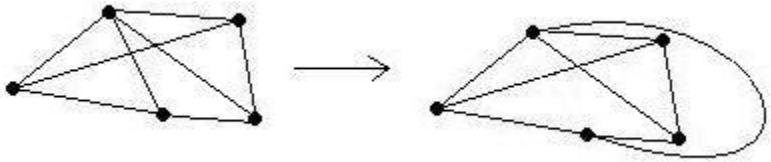


Petersenov graf je 3 – regularen.

Graf G je RAVNINSKI, če se ga da narisati v ravnini tako, da se povezave ne sekajo, razen v krajiščih.



Je ravninski



Ni ravninski

Eulerjeva formula: G je ravninski povezan graf. Z v označimo število točk, z e število povezav in z f število lic. Tedaj velja: v-e+f=2.

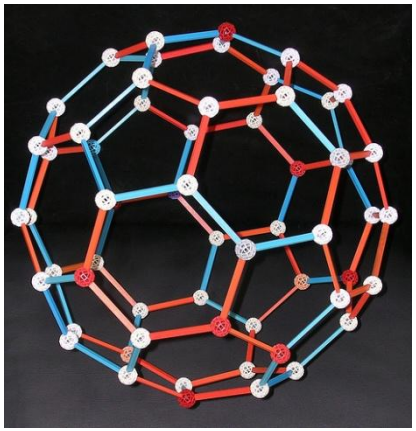
Vsak ravninski graf ima vsaj eno točko stopnje ≤ 5.

Poliedri

Zelo pomembna je povezava med poliedri in teorijo grafov. Vsakemu enostavnemu poliedru lahko priredimo graf v ravnini.

POLIEDER je trirazsežno geometrijsko telo, ki je omejeno z mnogokotniki.

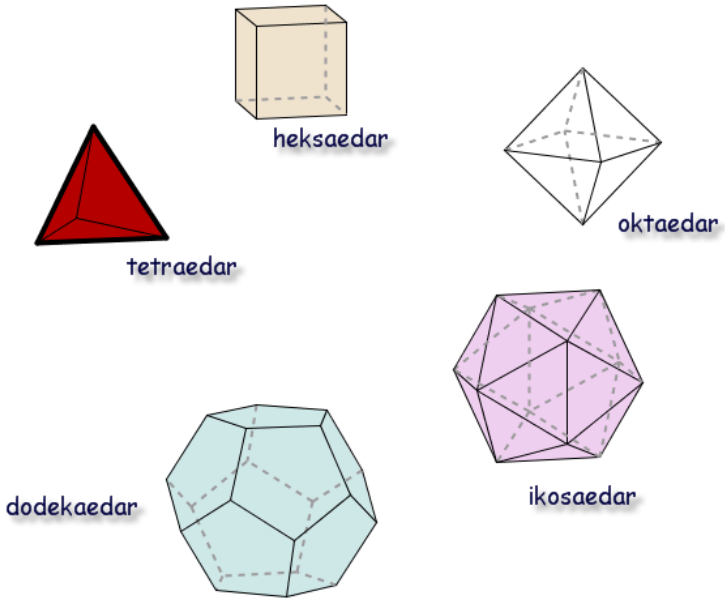
Če je polieder enostavno povezan (tj. nima lukenj), velja zanj Eulerjeva poliederska formula.



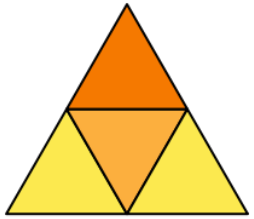
Platonska telesa ali pravilni poliedri

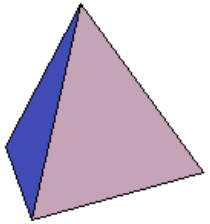
PLATONSKA ali PRAVILNA telesa so omejena s skladnimi pravilnimi poligoni tako, da se v vsakem oglišču stika isto število ploskev. Poznamo 5 pravilnih teles:

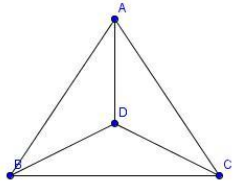
- Tetraeder ali četverec
- Kocka ali šesterec
- Oktaeder ali osmerec
- Dodekaeder ali dvanajsterec
- Ikozaeder ali dvajseterec



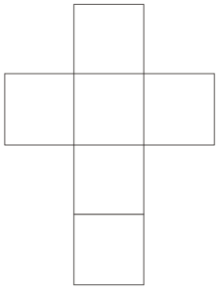
TETRAEDER ali ČETVEREC je konveksni polieder, ki je omejen s štirimi trikotniki, v bistvu je tristrana piramida. Ima 4 ploskve, 6 povezav in 4 oglišča. V vsakem oglišču se stikajo tri povezave in tri ploskve.

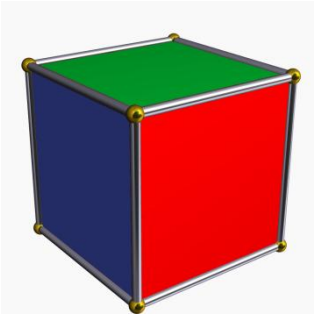


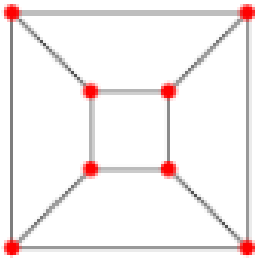




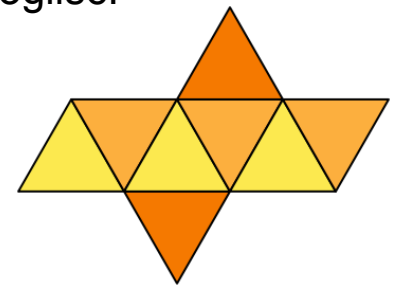
KOCKA ali ŠESTEREC je pravilni polieder omejen s šestimi kvadrati. Ima 6 ploskev, 12 povezav in 8 oglišč.

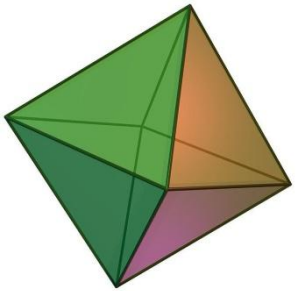


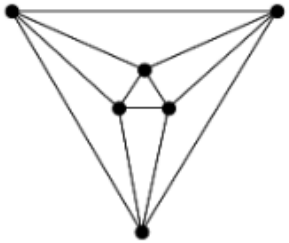




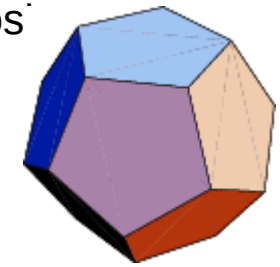
OKTAEDER ali OSMEREC je polieder, ki je omejen z osmimi trikotniki. Opišemo ga lahko tudi kot dvojno štiristrano piramido. Ima 8 ploskev, 12 povezav in 6 oglišč.

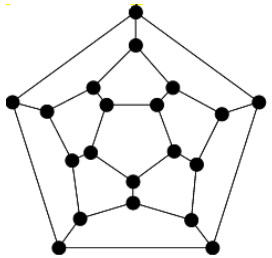




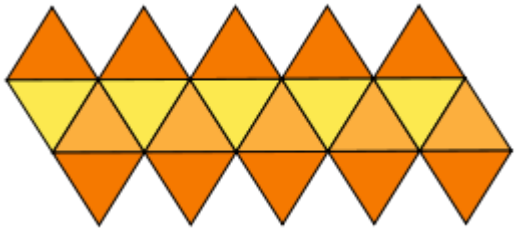


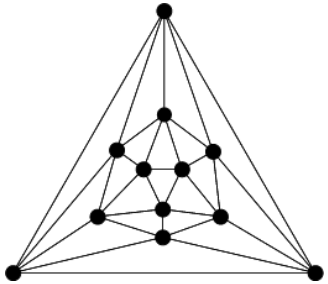
DODEKAEDER ali DVANAJSTEREC je konveksni polieder, ki je omejen z dvanajstimi petkotniki. ima 12 ploskev, 30 povezav in 20 oglišč. V vsakem oglišču se stikajo tri povezave in tri plos





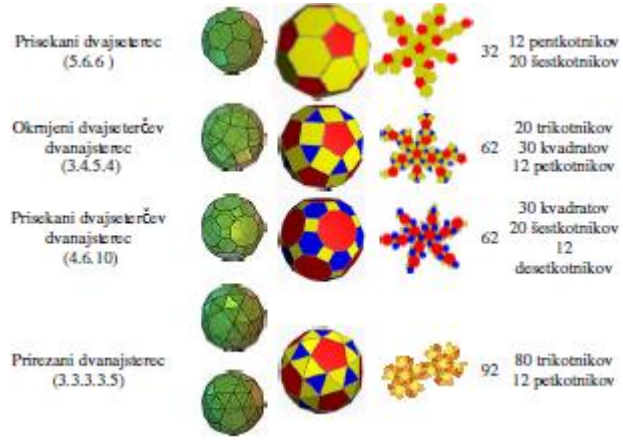
IKOZAEDER ali DVAJSETEREC je polieder, ki je omejen z dvajsetimi enakostraničnimi trikotniki. Ima 20 ploskev, 30povezav in 12 oglišč. V vsakem oglišču se stika pet povezav in pet ploskev.

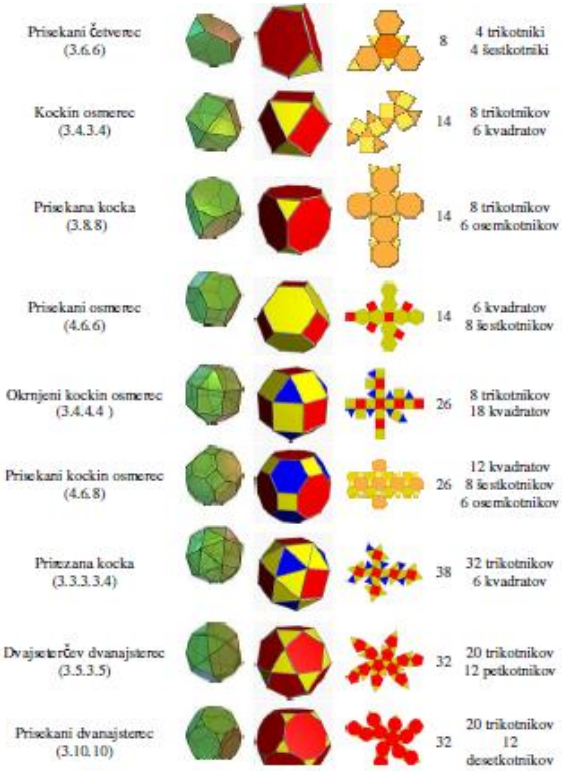




Arhimedska telesa

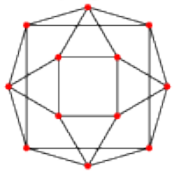
ARHIMEDSKA TELESA so polpravilni poliedri, ki imajo za mejne ploske različne pravilne večkotnike. Takih teles je 13.



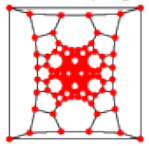


Olga Kaliada, avgust 2011

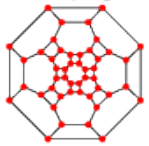
cuboctahedral graph



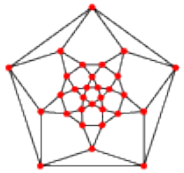
great rhombicosidodecahedral graph



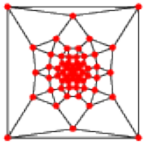
great rhombicuboctahedral graph



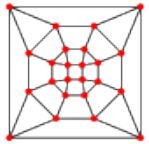
icosidodecahedral graph



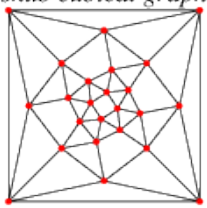
small rhombicosidodecahedral graph



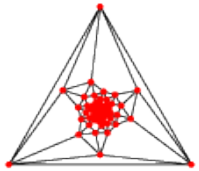
small rhombicuboctahedral graph



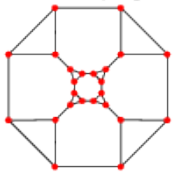
snub cubical graph



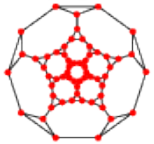
snub dodecahedral graph



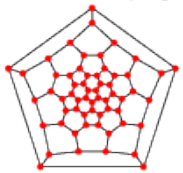
truncated cubical graph



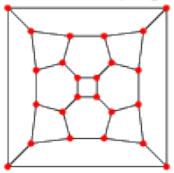
truncated dodecahedral graph



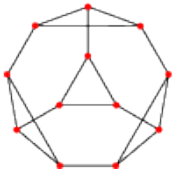
truncated icosahedral graph

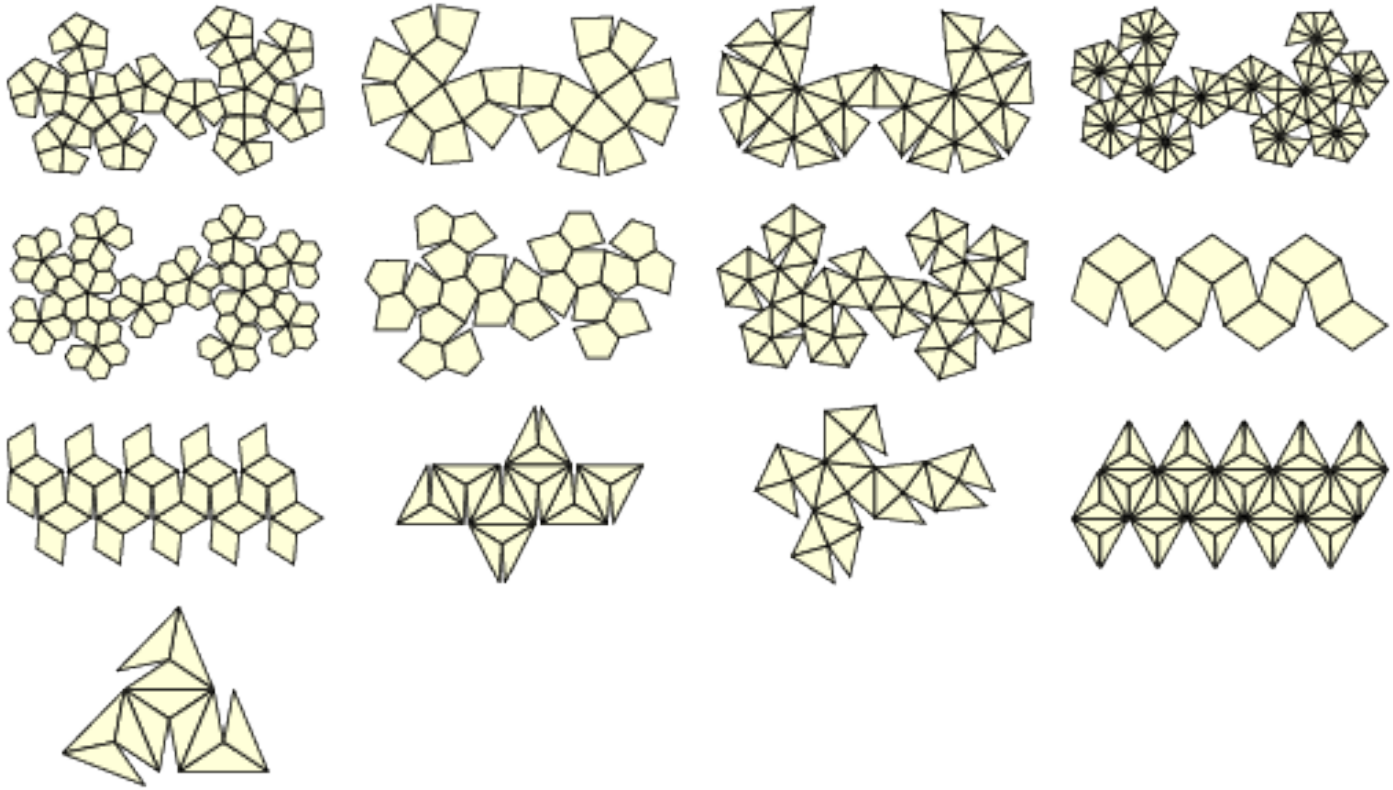


truncated octahedral graph



truncated tetrahedral graph

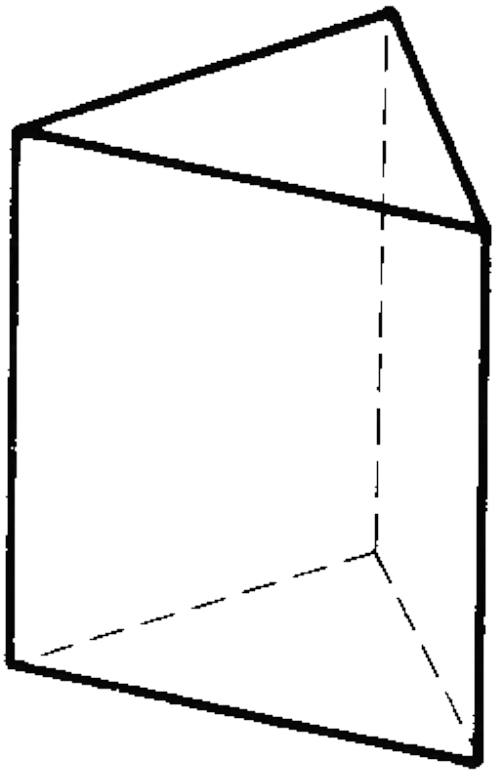




Olga Kaliada, avgust 2011

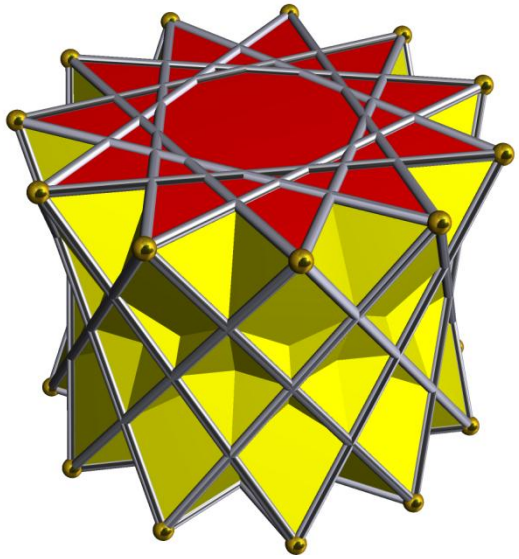
Prizma

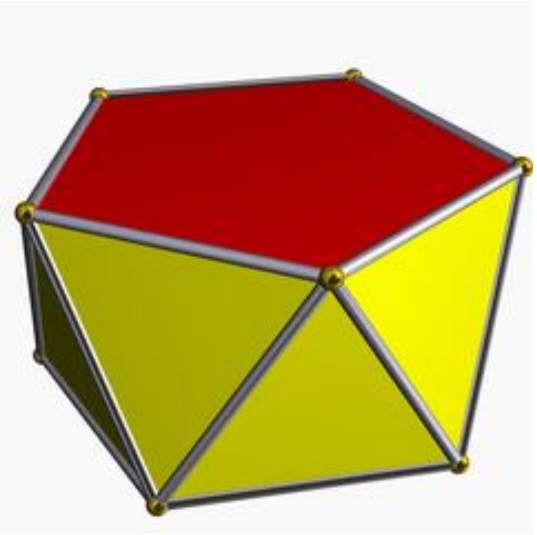
PRIZMA je oglato telo, ki ga omejujeta dva vzporedna skladna mnogokotnika), ležeča na vzporednih ravninah, vsak par skladnih stranic osnovnih ploskev tvori paralelogram. Če so robovi plašča pravokotni na osnovno ploskev, je prizma pokončna, sicer je poševna. Če je osnovna ploskev n-kotnik, je prizma n-strana; če je osnovna ploskev pravilen mnogokotnik, je prizma pravilna.



Antiprizma

ANTIPRIZMA je polieder, ki ga dobimo tako, da osnovni ploskvi, ki sta skladna poligona, ležeča na vzporednih ploskvah, povežemo s *pasom* iz enakokrakih trikotnikov.

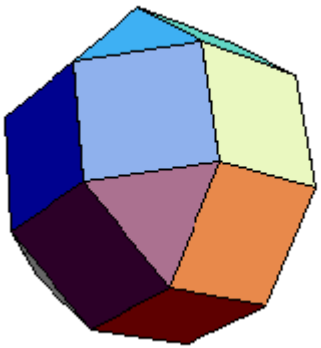


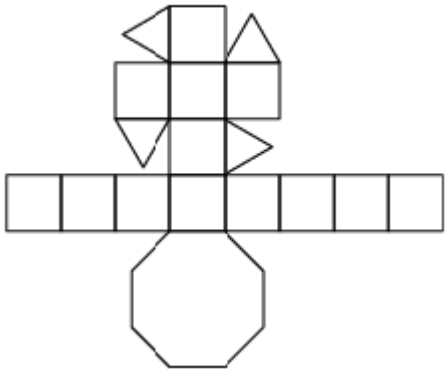


Johnsova telesa

JOHNSOVO TELO je polieder s ploskvami iz pravilnih mnogokotnikov, ki ni platonsko telo, ahimedsko telo, prizma ali antiprizma.

Teh teles je 92.

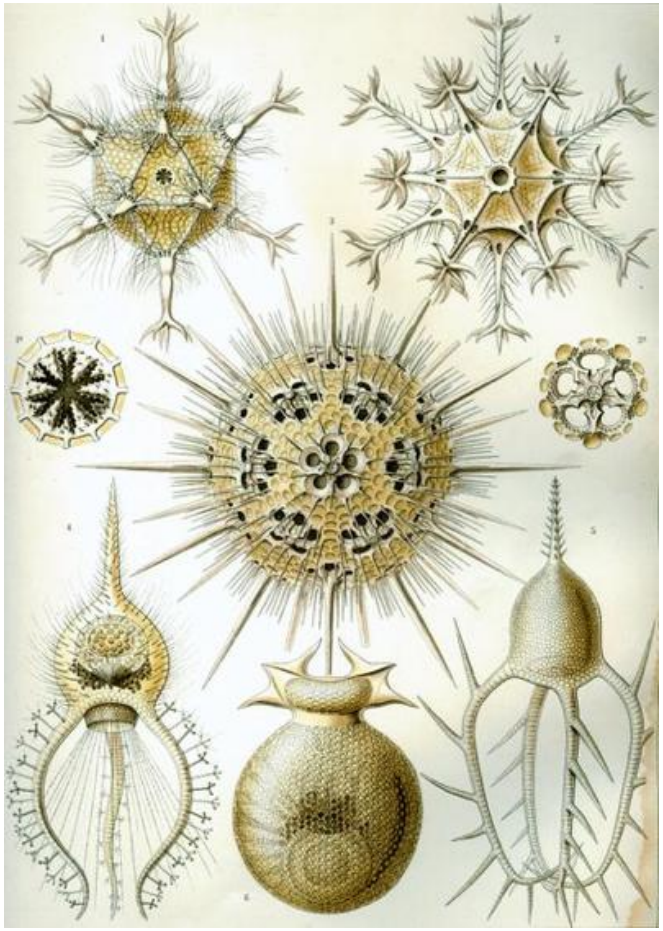




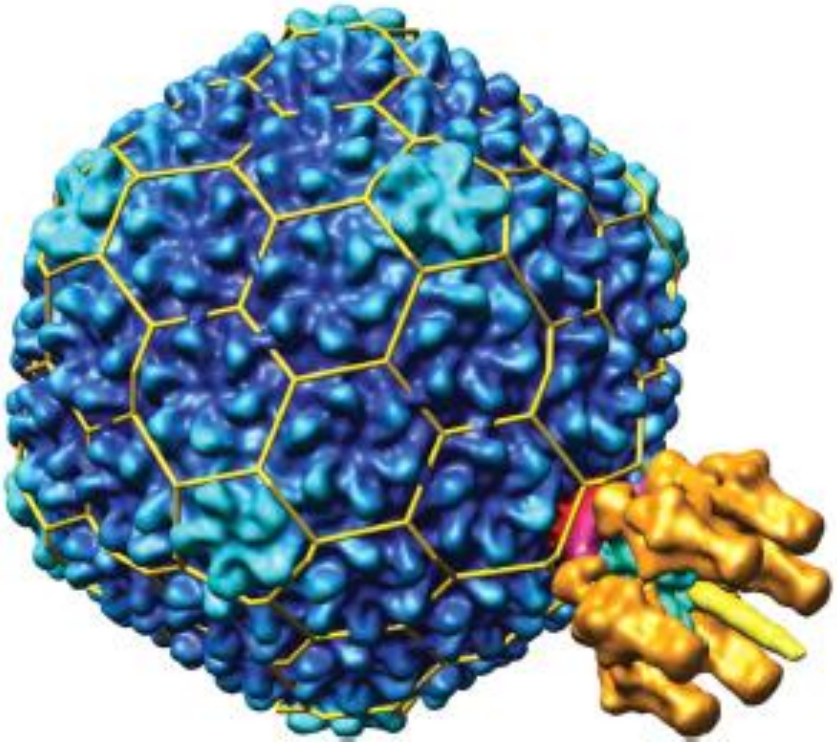
Poliedri in narava

- Kristali so za razliko od večine predmetov, ki jih najdemo v naravi in so zaobljenih oblik, omejeni z ravnimi ploskvami

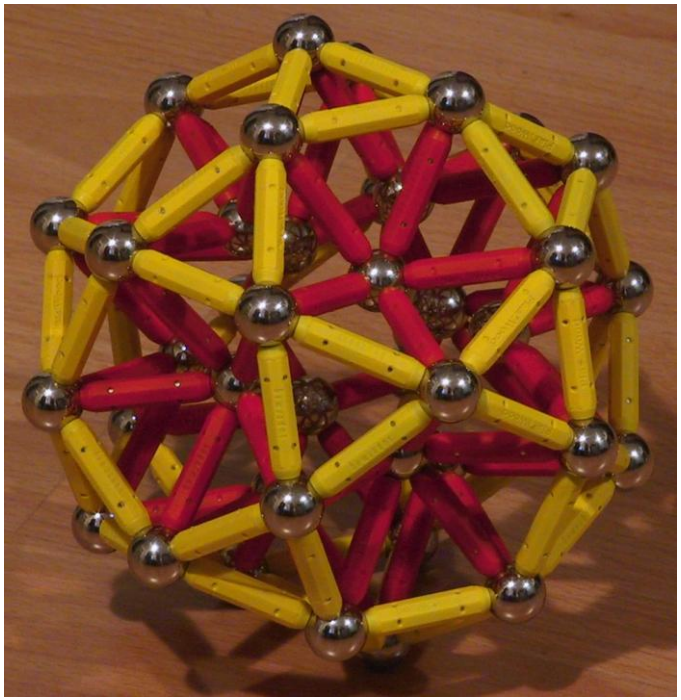
- Eden od glavnih principov v naravi je doseči največjo prostornino z danim materialom. Ta princip je povzročil pojav organizmov okrogle oblike. Leta 1880 je zoolog Ernst Haeckel našel enocelične organizme s poliedrskimi skeleti. Poimenoval jih je radiolarije in spominjajo na platonska telesa



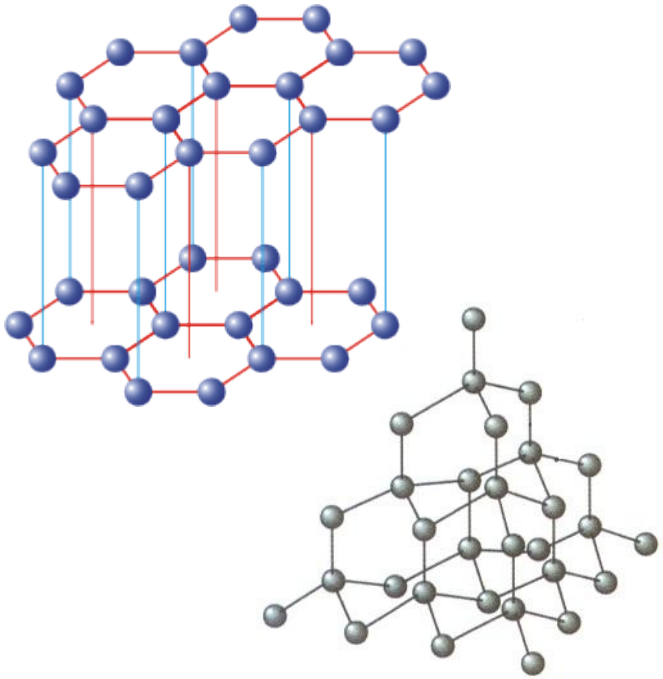
- Sferične kletke so sestavni del nekaterih virusov. Kletke imajo praviloma približbo simetrijo ikozaedra



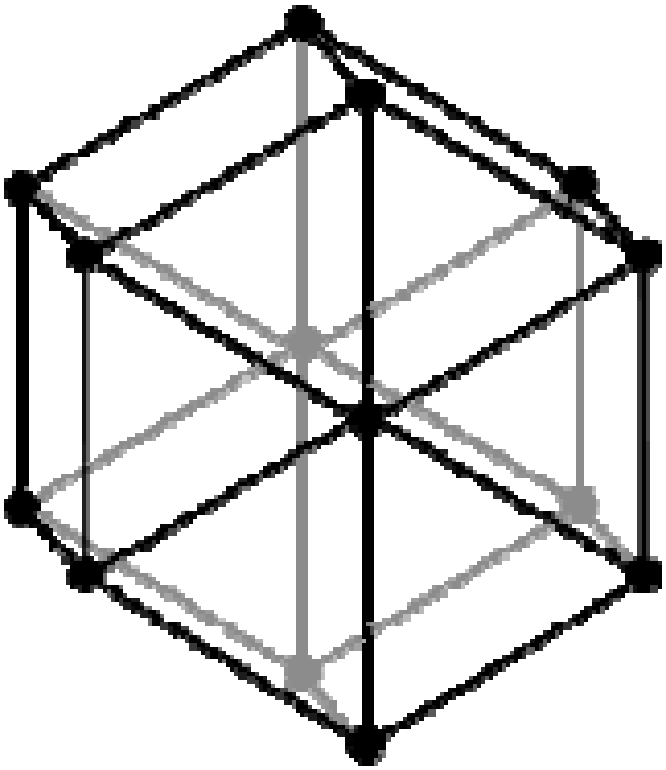
- Oblika ogljika, katere molekulo sestavlja 60 atomov ogljika. To je natančno prisekani dvajseterec



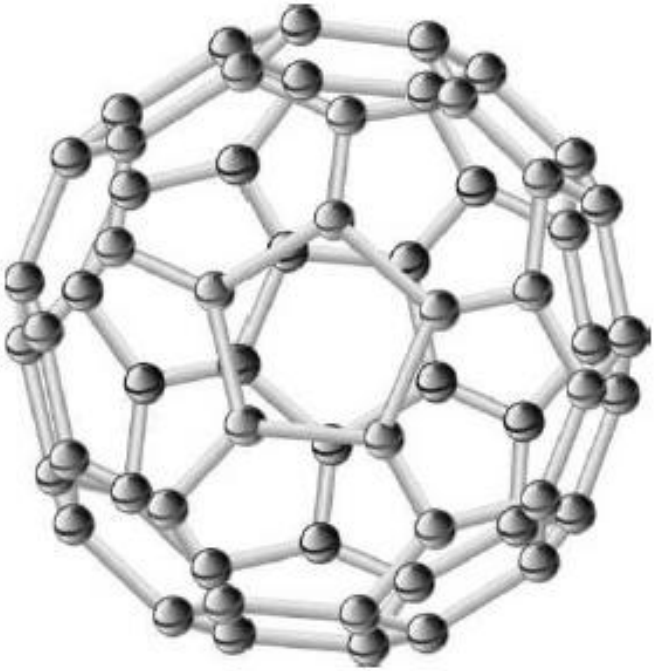
- Drugi dve obliki ogljika v naravi sta granit in diamant. Za granit je značilna šesterna simetrija, za diamant pa simetrija kocke



- Kristal ledu ima šesterno simetrijo, ima obliko šestkotne prizme. Zato ima tudi snežinka takšno simetrijo



Molekule poliedrskih oblik lahko najdemo v organski kemiji, še več primerov najdemo v anorganski kemiji.

Fulereni

- FULERENI so nanometrske molekule. V preprosti obliki 60 ogljikovih atomov oblikuje grafitno plast, ki je zvita v 3-razsežno strukturo, podobno nogometni žogi.