Sedem ugank o potencah števila dve

Martin Milanič
UP FAMNIT

Famnitov poletni tabor
Matematika je kul
Koper, avgust 2011

Potence števila dve

- *Vsi jih poznamo:*

$$2^0 = 1$$
$$2^1 = 2$$
$$2^2 = 4$$
$$2^3 = 8$$
$$2^4 = 16$$
$$2^5 = 32$$
$$2^6 = 64$$
$$2^{10} = 1024$$

itd.

Potence števila dve

- *Število podmnožic poljubne končne množice je potenca števila dve.*

Potence števila dve

- *Število podmnožic poljubne končne množice je potenca števila dve.*
- *Vsota elementov poljubne vrstice Pascalovega trikotnika je potenca števila dve.*

Potence števila dve

- *Število podmnožic poljubne končne množice je potenca števila dve.*
- *Vsota elementov poljubne vrstice Pascalovega trikotnika je potenca števila dve.*
- *Največje znano praštevilo je za ena zmanjšana potenca števila dve.*

Potence števila dve

- *Število podmnožic poljubne končne množice je potenca števila dve.*
- *Vsota elementov poljubne vrstice Pascalovega trikotnika je potenca števila dve.*
- *Največje znano praštevilo je za ena zmanjšana potenca števila dve.*
- *Kocko tofuja lahko z n ravnimi rezi razrežemo na kvečjemu 2^n delov.*

1. uganka

Uteži

- *Mojca ima pet kamnov. Teža (v kg) vsakega od kamnov je celo število.*

- *Mojca trdi, da lahko s pomočjo preproste primerjalne tehtnice določi težo poljubnega kamna, tako da bo:*
    - *na eni strani tehtnice dani kamen,*
    - *na drugi strani tehtnice pa nekaj Mojčinih kamnov.*

1. uganka

Uteži

- *Edina omejitev je, da ima kamen celoštevilsko težo, ki ne presega 31 kg.*
- *Kako težke kamne ima Mojca?*

Rešitev

- *Mojčini kamni so težki 1, 2, 4, 8 in 16 kg.*
- *Vsako naravno število lahko enolično zapišemo kot vsoto različnih potenc števila 2.*
- *Mojca torej lahko s svojimi kamni sestavi katerokoli težo do vključno*

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31$$

kg.

1. uganka - nadaljevanje

Uteži

- *Z drugačno množico petih kamnov lahko Mojca izračuna težo poljubne skale, težke kvečjemu 121 kg!*
- *Kako težkih pa je takih pet kamnov?*

Rešitev

- *Kamni so težki 1, 3, 9, 27 in 81 kg.*
- *Mojca sedaj postavlja kamne na obe strani tehtnice.*
- *Vsako število med 1 in 121 lahko zapišemo na enoličen način kot vsoto ali razliko nekaj izmed števil 1, 3, 9, 27, 81.*
- *Zgled:* $64 = 81 - 27 + 9 + 1 = 1\text{-}1101_{(3)}$

Rešitev

$64 = 81 - 27 + 9 + 1 = 1\text{-}1101_{(3)}$

$64 + 27 = 81 + 9 + 1$

S preizkušanjem vseh možnosti lahko Mojca poišče naslednje uravnoteženo tehtanje:

- *Leva stran tehtnice:*
  - *skala teže 64 kg, kamen teže 27 kg*
- *Desna stran tehtnice:*
  - *kamni teže 81 kg, 9 kg in 1 kg.*

Podobno razmislimo za skalo poljubne teže.

1. uganka - nadaljevanje

Uteži

- *To pa še ni vse…*
- *Prebrisana Mojca lahko, z ustrezno množico petih kamnov, izračuna težo poljubne skale, težke do **242** kg!*
- *Kako težkih pa je takih pet kamnov?*

Rešitev

- *Podvojimo prejšnje teže, torej:*
  2, 6, 18, 54 in 162 kg.

- *S prejšnjo metodo lahko Mojca ugotovi poljubno* ***sodo*** *težo skale.*

- *Če pa je teža skale* ***liha****, lahko Mojca ugotovi, da je teža skale večja od nekega sodega števila in manjša od naslednjega sodega števila. Tudi v tem primeru je teža skale poznana.*

2. uganka

Množenje brez poštevanke

2. uganka

Množenje brez poštevanke

- *Na vrh dveh stolpcev napišemo množitelja.*
- *Števila v levem stolpcu celoštevilsko razpolavljamo, vse dokler ne pridemo do števila 1. Števila na desni pa podvajamo.*
- *Izbrišemo vse vrstice, kjer je v levem stolpcu sodo število.*
- *Seštejemo vsa preostala števila v desnem stolpcu.*

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73 x 23

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
36		46

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
36		46
18		92

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
36		46
18		92
9		184

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
36		46
18		92
9		184
4		368

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
36		46
18		92
9		184
4		368
2		736

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
36		46
18		92
9		184
4		368
2		736
1		1472

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
~~36~~		~~46~~
18		92
9		184
4		368
2		736
1		1472

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
~~36~~		~~46~~
~~18~~		~~92~~
9		184
4		368
2		736
1		1472

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
~~36~~		~~46~~
~~18~~		~~92~~
9		184
~~4~~		~~368~~
2		736
1		1472

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
~~36~~		~~46~~
~~18~~		~~92~~
9		184
~~4~~		~~368~~
~~2~~		~~736~~
1		1472

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
~~36~~		~~46~~
~~18~~		~~92~~
9		184
~~4~~		~~368~~
~~2~~		~~736~~
1		1472
		1679

2. uganka

Množenje brez poštevanke

Zgled:

73	x	23
~~36~~		~~46~~
~~18~~		~~92~~
9		184
~~4~~		~~368~~
~~2~~		~~736~~
1		1472
		1679

73 x 23 = 1679

Zakaj metoda deluje?

Rešitev

- *Recimo, da imamo neko število zapisano v dvojiškem zapisu.*
- *Katero število dobimo, če odstranimo zadnjo števko zapisa?*
  - *Če je število sodo, dobimo polovico tega števila.*
  - *Če je liho, pa dobimo polovico za ena zmanjšanega števila.*

Zgled: *Dvojiški zapis števila 13 je 1101.*
Če zbrišemo zadnjo števko, dobimo 110, dvojiški zapis števila 6.

Rešitev

- *Dvojiški zapis nekega števila torej lahko določimo tako, da število zaporedoma celoštevilsko delimo z 2 in pri tem beležimo, ali so dobljena števila soda ali liha.*

Rešitev

- *Dvojiški zapis nekega števila torej lahko določimo tako, da število zaporedoma celoštevilsko delimo z 2 in pri tem beležimo, ali so dobljena števila soda ali liha.*

13…. 1
6…. 0
3…. 1
1…. 1

$13 = 1101_{(2)}$

Rešitev

73.... 1
36.... 0
18.... 0
9.... 1
4.... 0
2.... 0
1.... 1

$73 = 1001001_{(2)}$

$73 = 1 + 2^3 + 2^6$

Rešitev

$$73 \times 23 = (1 + 2^3 + 2^6) \times 23$$
$$= 1 \times 23 + 2^3 \times 23 + 2^6 \times 23$$

$$73 \times 23 = 1 \times 23$$
$$\cancel{+\ 2 \times 23}$$
$$\cancel{+\ 2^2 \times 23}$$
$$+\ 2^3 \times 23$$
$$\cancel{+\ 2^4 \times 23}$$
$$\cancel{+\ 2^5 \times 23}$$
$$+\ 2^6 \times 23.$$

Rešitev

$$
\begin{aligned}
73 \times 23 = \quad & 1 \times 23 \\
& + 2 \times 23 \\
& + 2^2 \times 23 \\
& + 2^3 \times 23 \\
& + 2^4 \times 23 \\
& + 2^5 \times 23 \\
& + 2^6 \times 23.
\end{aligned}
$$

73	x	23
36		46
18		92
9		184
4		368
2		736
1		1472
		1679

Opomba

Tako množenje uporabljajo računalniki:

- *Števila so v računalnikih zapisana dvojiško.*
- *Množenje z 2 in razpolavljanje števil v dvojiškem zapisu je nadvse preprosto.*

3. uganka

Okrnjena trikotniška števila

- *Števila 5, 12 in 51 lahko izrazimo kot vsoto dveh ali več zaporednih števil:*

$$5 = 2 + 3$$
$$12 = 3 + 4 + 5$$
$$51 = 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11.$$

3. uganka

Okrnjena trikotniška števila

- *Števila 5, 12 in 51 lahko izrazimo kot vsoto dveh ali več zaporednih števil:*

$$5 = 2 + 3$$
$$12 = 3 + 4 + 5$$
$$51 = 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11.$$

- *Katerih števil ni moč izraziti kot vsoto vsaj dveh zaporednih pozitivnih števil?*

Rešitev

Poglejmo najprej, katera števila do 10 lahko tako izrazimo:

1 + 2 = 3
2 + 3 = 5
3 + 4 = 7
4 + 5 = 9

1 + 2 + 3 = 6
2 + 3 + 4 = 9

1 + 2 + 3 + 4 = 10

Rešitev

Poglejmo najprej, katera števila do 10 lahko tako izrazimo:

1 + 2 = 3
2 + 3 = 5
3 + 4 = 7
4 + 5 = 9

1 + 2 + 3 = 6
2 + 3 + 4 = 9

1 + 2 + 3 + 4 = 10

Dobimo vsa števila razen števil

1, 2, 4, 8

- *potenc števila 2.*

Rešitev

Recimo, da lahko število N izrazimo kot vsoto

$$N = n + (n+1) + \ldots + (n+k),$$

kjer je $k \geqslant 1$.

Rešitev

Recimo, da lahko število N izrazimo kot vsoto

$$N = n + (n+1) + \ldots + (n+k),$$

kjer je $k \geqslant 1$.

$$\begin{aligned} N &= n + (n + 1) + \ldots + (n + k) \\ &= (n + n + \ldots + n) + (1 + \ldots + k) \\ &= (k + 1)n + k(k + 1)/2 \\ &= (k + 1)[n + k/2] \\ &= 1/2 \times (k + 1) \times [2n + k] \end{aligned}$$

Rešitev

$$N = 1/2 \times (k + 1) \times [2n + k]$$

- *Če je k sodo število, je k + 1 lih faktor N.*
- *Če pa je k liho število, je 2n + k lih faktor N.*

- *V nobenem primeru torej N ne more biti potenca 2.*

Rešitev

Pokažimo še, da je moč vsako število, ki ni potenca 2, izraziti kot vsoto vsaj dveh zaporednih števil.

Naj bo $N = ab$, *kjer sta* a *in* b *naravni števili,* $b \geq 1$, $a \geq 3$ *in* a *je liho število.*

Potem velja

$$N = b + b + b + \ldots + b \qquad (a\text{-krat})$$
$$= (b-(a-1)/2)+\ldots+(b-1)+b+(b+1)+\ldots+ (b + (a-1)/2).$$

Rešitev

$$N = (b-(a-1)/2)+\ldots+(b-1)+b+(b+1)+\ldots+ (b + (a-1)/2).$$

Zgled:

$$\begin{aligned} 20 &= 5 \times 4 \\ &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \\ &= 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \end{aligned}$$

Rešitev

$$N = (b-(a-1)/2)+\ldots+(b-1)+b+(b+1)+\ldots+ (b + (a-1)/2).$$

Zgled:

$$\begin{aligned} 20 &= 5 \times 4 \\ &= 4 + 4 + 4 + 4 + 4 \\ &= 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22 &= 11 \times 2 \\ &= (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 \\ &= 4 + 5 + 6 + 7 \end{aligned}$$

Rešitev

$$N = (b-(a-1)/2)+\ldots+(b-1)+b+(b+1)+\ldots+ (b + (a-1)/2).$$

Ali je to vselej izvedljivo?

Prepričati se moramo, da je

$$-(b-(a-1)/2)+ 1 < b + (a-1)/2.$$

Rešitev

$$N = (b-(a-1)/2)+\ldots+(b-1)+b+(b+1)+\ldots+ (b + (a-1)/2).$$

Ali je to vselej izvedljivo?

Prepričati se moramo, da je

$$-(b-(a-1)/2)+ 1 < b + (a-1)/2.$$

$$- b + 1 < b .$$

Rešitev

$$N = (b-(a-1)/2)+\ldots+(b-1)+b+(b+1)+\ldots+ (b + (a-1)/2).$$

Ali je to vselej izvedljivo?

Prepričati se moramo, da je

$$-(b-(a-1)/2)+ 1 < b + (a-1)/2.$$

$$- b + 1 < b .$$

$$1 < 2b .$$

V razmislek

*Katera števila se dajo zapisati kot vsota vsaj **treh** zaporednih naravnih števil?*

4. uganka

Survivor

- *Na samotnem otoku je N ljudi, označenih s števili od 1 do N.*

- *Igrajo naslednjo verzijo TV igre Survivor:*
  - *Člani skupine glasujejo, ali naj oseba N preživi ali pa bo izgnana z otoka.*
  - *Če vsaj 50% ljudi glasuje za preživetje te osebe, je igre konec in udeleženci si med seboj enakomerno razdelijo nagrado 1.000.000 EUR.*

4. uganka

Survivor

- *Če pa se za N-to osebo izglasuje, naj zapusti otok, preostalih N-1 ljudi glasuje, po enakem postopku, ali bo oseba N-1 preživela ali ne.*
- *Postopek nadaljujejo, dokler neka oseba ne preživi.*
- *Denarno nagrado se nato enakomerno porazdeli med preživele.*

4. uganka

Survivor

- *Predpostavimo, da so igralci racionalni:*
  - *Vsaka oseba bo glasovala za svoje preživetje.*
  - *Oseba A bo glasovala za izgon osebe B z otoka, razen če bi to za posledico imelo izgon osebe A.*
- *Kdo preživi?*

Rešitev

- *Poglejmo, kaj se zgodi za majhne vrednosti N.*
- *N = 1: edina oseba bo glasovala zase in preživela.*

Rešitev

- *Poglejmo, kaj se zgodi za majhne vrednosti N.*

- *N = 1: edina oseba bo glasovala zase in preživela.*
- *N = 2: oseba št. 2 bo glasovala za svoje preživetje in si zagotovila potrebnih 50% glasov. Torej si obe osebi razdelita nagrado.*

Rešitev

- *Poglejmo, kaj se zgodi za majhne vrednosti N.*

- *N = 1: edina oseba bo glasovala zase in preživela.*
- *N = 2: oseba št. 2 bo glasovala za svoje preživetje in si zagotovila potrebnih 50% glasov. Torej si obe osebi razdelita nagrado.*
- *N = 3: osebi 1 in 2 bosta glasovali za izgon osebe 3. Oseba 3 glasuje za svoje preživetje, vendar to ne bo dovolj. Preživita osebi 1 in 2.*

Rešitev

- *N = 4:*
  Oseba 4 bo gotovo glasovala zase.

  Če oseba 3 glasuje proti preživetju osebe 4, potem bo tudi sama izgnana. Torej bo tudi oseba 3 glasovala za preživetje osebe 4.

  Oseba 4 torej preživi in vse štiri osebe si razdelijo nagrado.

Rešitev

- *N = 5, 6, 7:*

  igralci 1,2,3,4 nimajo razloga, da bi glasovali za preživetje igralcev 5,6 ali 7.
  Igralci 5, 6 in 7 torej morajo zapustiti otok.

  Preživijo prvi štirje.

Rešitev

- *N = 5, 6, 7:*

  igralci 1,2,3,4 nimajo razloga, da bi glasovali za preživetje igralcev 5,6 ali 7.
  Igralci 5, 6 in 7 torej morajo zapustiti otok.

  Preživijo prvi štirje.

  Da bi igralci 5,6,7 preživeli, potrebujemo še enega igralca: številka 8.

Rešitev

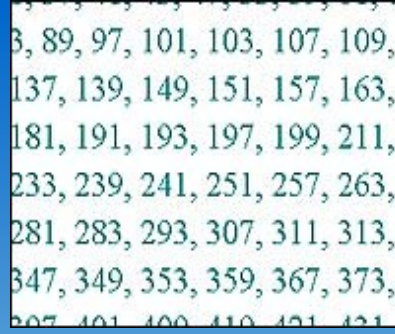
- *Tako se lahko prepričamo, da bo*

število preživelih = ***največji potenci števila dve, ki ne presega števila N.***

V razmislek

Kako se rešitev naloge spremeni ob naslednjem pravilu:

igralec preživi, če za njegovo preživetje glasuje ***strogo več kot 50%*** *udeležencev?*



5. uganka

Praštevila?

- *Ali je število*

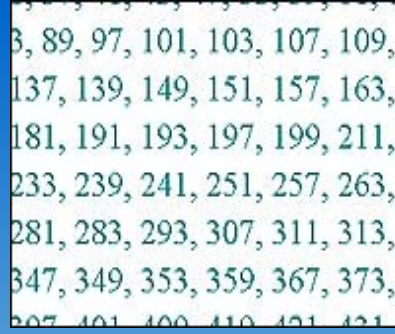
$$2^{91} - 1$$

praštevilo?

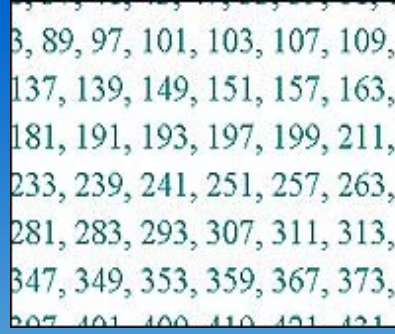
- *Kaj pa*

$$2^{91} + 1 \ ?$$

Rešitev



Nobeno od njiju ni praštevilo!



Rešitev

Nobeno od njiju ni praštevilo!

Praštevilski razcep števila 91 je

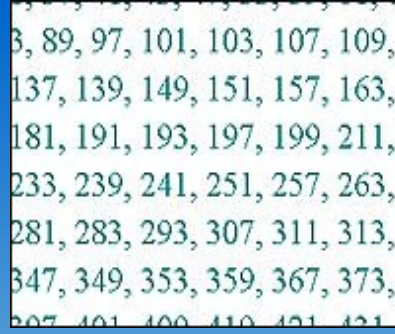
$$91 = 7 \times 13.$$

Iz identitete

$$x^{13} - 1 = (x - 1)(x^{12} + x^{11} + \ldots + x + 1)$$

sledi

$$2^{91} - 1 = (2^7)^{13} - 1$$
$$= (2^7 - 1)((2^7)^{12} + (2^7)^{12} + \ldots + 2^7 + 1).$$



Rešitev

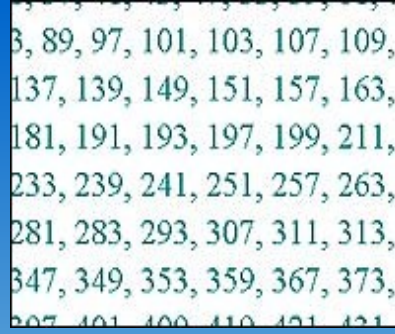
Za razcep števila $2^{91} + 1$ *pa uporabimo identiteto*

$$x^{13} + 1 = (x + 1)(x^{12} - x^{11} + \ldots - x + 1):$$

Dobimo razcep

$$2^{91} + 1 = (2^7)^{13} + 1$$

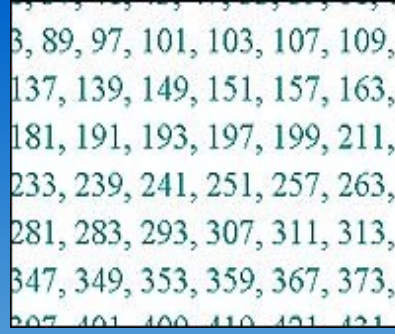
$$= (2^7 + 1)((2^7)^{12} - (2^7)^{12} + \ldots - 2^7 + 1).$$



V razmislek

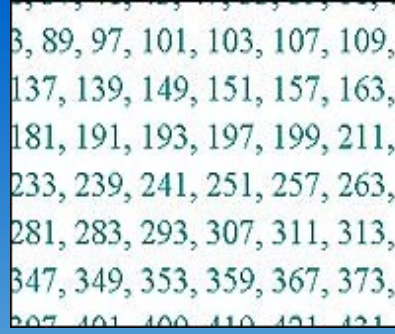
Ali je število $2^{91} - 3$ *praštevilo?*

Kaj pa $2^{91} - 5$*?*



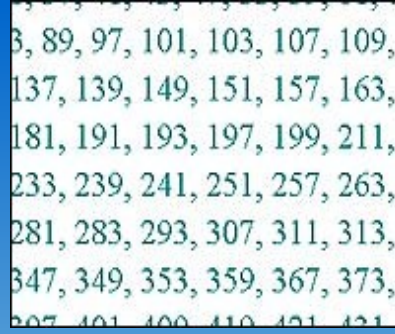
Komentar

- *Števila oblike 2^n - 1 se imenujejo* ***Mersennova števila.***
- *Če je n sestavljeno število, potem je tudi število 2^n - 1 sestavljeno.*
- *Če pa je n praštevilo, je 2^n - 1 lahko bodisi praštevilo ali pa sestavljeno število.*



Komentar

- *Število 2^n - 1 je praštevilo za*
  n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19,
  toda sestavljeno število za n = 11.



Komentar

- *Število 2^n - 1 je praštevilo za*
  n = 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19,
  toda sestavljeno število za n = 11.

- *Največje od danes znanih 47* ***Mersennovih praštevil*** *je*

$$2^{43.112.609} - 1 .$$

V desetiškem zapisu ima 12.978.189 *števk.*

6. uganka

De Polignacova neverjetna domneva

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

- *Sredi 19. stoletja je francoski matematik Alphonse de Polignac postavil domnevo, da je moč* ***vsako liho število, večje od 2, izraziti kot vsoto neke potence števila dve in nekega praštevila.***

6. uganka

De Polignacova neverjetna domneva

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

$$3 = 2^0 + 2$$
$$5 = 2^1 + 3$$
$$7 = 2^1 + 5$$
$$9 = 2^2 + 5$$
$$\ldots$$
$$53 = 2^4 + 37$$
$$\ldots$$
$$241 = 2^7 + 113$$
$$\ldots$$
$$999.999 = 2^{16} + 944463$$

6. uganka

De Polignacova neverjetna domneva

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

De Polignac je trdil, da je domnevo preveril za vsa liha števila do 3 milijonov.

Ali lahko dokažeš de Polignacovo domnevo?

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

Rešitev

Ne trudi se. Domneva ni pravilna.

De Polignac je spregledal število 127, ki se ga ne da izraziti na tak način:

$127 - 2 = 125 = 5^3$

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

Rešitev

Ne trudi se. Domneva ni pravilna.

De Polignac je spregledal število 127, ki se ga ne da izraziti na tak način:

$127 - 2 = 125 = 5^3$

$127 - 4 = 123 = 3 \times 41$

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

Rešitev

Ne trudi se. Domneva ni pravilna.

De Polignac je spregledal število 127, ki se ga ne da izraziti na tak način:

$127 - 2 = 125 = 5^3$

$127 - 4 = 123 = 3 \times 41$

$127 - 8 = 119 = 7 \times 17$

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

Rešitev

Ne trudi se. Domneva ni pravilna.

De Polignac je spregledal število 127, ki se ga ne da izraziti na tak način:

$127 - 2 = 125 = 5^3$

$127 - 4 = 123 = 3 \times 41$

$127 - 8 = 119 = 7 \times 17$

$127 - 16 = 111 = 3 \times 37$

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

Rešitev

Ne trudi se. Domneva ni pravilna.

De Polignac je spregledal število 127, ki se ga ne da izraziti na tak način:

$127 - 2 = 125 = 5^3$

$127 - 4 = 123 = 3 \times 41$

$127 - 8 = 119 = 7 \times 17$

$127 - 16 = 111 = 3 \times 37$

$127 - 32 = 95 = 5 \times 19$

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

Rešitev

Ne trudi se. Domneva ni pravilna.

De Polignac je spregledal število 127, ki se ga ne da izraziti na tak način:

$127 - 2 = 125 = 5^3$

$127 - 4 = 123 = 3 \times 41$

$127 - 8 = 119 = 7 \times 17$

$127 - 16 = 111 = 3 \times 37$

$127 - 32 = 95 = 5 \times 19$

$127 - 64 = 63 = 7 \times 9$

Komentar

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

Število 127 je najmanjše t. i. ***de Polignacovo število.***

Hkrati je tudi najmanjše praštevilo, ki postane sestavljeno število, če v njegovem dvojiškem zapisu spremenimo katerokoli števko.

7. uganka

Zložljivi ulomki

- *Papirnati trak lahko označimo natanko na polovici dolžine, tako da ga prepognemo na pol.*
- *S pomočjo te oznake in prepogibom leve in desne polovice papirja lahko nato označimo točki na 1/2 in 3/4 dolžine traku.*
- *Ali lahko z zaporednim razpolavljanjem delov traku označimo točko na 5/7 dolžine?*

Rešitev

- *Z zaporednim razpolavljanjem delov traku lahko označimo le ulomke oblike*

  $$a/N,$$

  kjer je N potenca števila dve.

- *In obratno, vsak tak ulomek lahko označimo.*

Rešitev

- *Zgled:*
  - $1/2 = 0{,}1_{(2)}$
  - $3/4 = 1/2 + 1/2^2 = 0{,}\mathbf{1}1_{(2)}$ ..... D
  - $5/16 = 1/2^2 + 1/2^4 = 0{,}\mathbf{010}1_{(2)}$ ..... LDL

Zapis ulomka v dvojiškem sestavu (brez zadnje 1) nam pove, ali moramo razpoloviti desno ali levo polovico preostalega dela traku.

Rešitev

- *Ker število 5/7 ni take oblike, ga ne moremo označiti s končnim številom zaporednih razpolavljanj delov traku.*

Komentar

Z naslednjo preprosto metodo lahko tvorimo zaporedje točk, ki se zelo hitro približuje točki 5/7:

- *Izberemo poljubno točko t_1 na traku, ki je naš približek za 5/7.*

Komentar

Z naslednjo preprosto metodo lahko tvorimo zaporedje točk, ki se zelo hitro približuje točki 5/7:

- *Izberemo poljubno točko t_1 na traku, ki je naš približek za 5/7.*
- *Del traku med t_1 in koncem traku prepolovimo. Dobimo t_2, približek za 6/7.*

Komentar

Z naslednjo preprosto metodo lahko tvorimo zaporedje točk, ki se zelo hitro približuje točki 5/7:

- *Izberemo poljubno točko t_1 na traku, ki je naš približek za 5/7.*
- *Del traku med t_1 in koncem traku prepolovimo. Dobimo t_2, približek za 6/7.*
- *Del traku med t_2 in začetkom traku prepolovimo. Dobimo t_3, približek za 3/7.*

Komentar

Z naslednjo preprosto metodo lahko tvorimo zaporedje točk, ki se zelo hitro približuje točki 5/7:

- *Izberemo poljubno točko t_1 na traku, ki je naš približek za 5/7.*
- *Del traku med t_1 in koncem traku prepolovimo. Dobimo t_2, približek za 6/7.*
- *Del traku med t_2 in začetkom traku prepolovimo. Dobimo t_3, približek za 3/7.*
- *Del traku med t_3 in koncem traku prepolovimo. Dobimo t_4, naš nov približek za 5/7.*

Komentar

Postopek ponavljamo. Na vsakem koraku napako zmanjšamo za 8-krat.

Zaporedje prepogibov DLD se odraža v dvojiškem zapisu števila 5:

$$5 = 101_{(2)}.$$

Metoda deluje za poljuben ulomek oblike a/N, kjer je $N = 2^n - 1$.

2^8	1024	2^3
64	2^5	16
128	2^9	
2^{12}		512

Hvala za pozornost.

Vprašanja?