Igre v naravi

Barbara Boldin

Fakulteta za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije
Univerza na Primorskem

FAMNITov poletni tabor
Matematika je kul
Avgust 2012

Uvod

Teorija iger se ukvarja z modeliranjem in analizo situacij v katerih sodeluje več igralcev, strategija in uspeh vsakega posameznika pa sta odvisna od strategij ostalih igralcev.

Uvod

Teorija iger se ukvarja z modeliranjem in analizo situacij v katerih sodeluje več igralcev, strategija in uspeh vsakega posameznika pa sta odvisna od strategij ostalih igralcev.

PRIMER. Prišli ste v neznano deželo na neznani celini. Po kateri strani ceste boste vozili?
Brez poznavanja odločitve drugih se ne moremo optimalno odločiti!

Uvod

Teorija iger se ukvarja z modeliranjem in analizo situacij v katerih sodeluje več igralcev, strategija in uspeh vsakega posameznika pa sta odvisna od strategij ostalih igralcev.

Uporabna v:

- ekonomiji
- sociologiji
- psihologiji
- političnih vedah
- biologiji
- itd.

Nas bo zanimala uporaba teorije iger v biologiji.

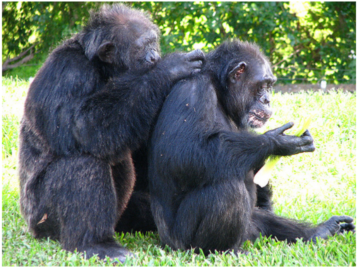
Teorija iger v biologiji: primeri

1. **Tekmovanje:** živali tekmujejo za ozemlje in hrano, samci tekmujejo za izbrano samico.

V katerih situacijah se posameznik umakne in kdaj vztraja?

Teorija iger v biologiji: primeri

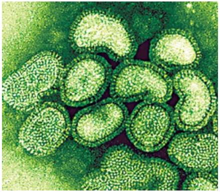
2. **Sodelovanje:**
   - čiščenje kožuha pri opicah
   - signalizacija (opozarjanje na plenilce) pri surikatah
   - itd.



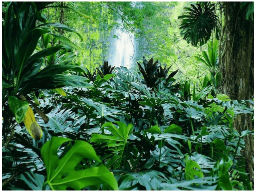
Kdaj se sodelovanje v populaciji razvije?

Teorija iger v biologiji: primeri

3. **Evolucija:**
   - virulentnost virusov in bakterij



   - višina dreves



Primer 1: Čiščenje kožuha

Dve opici izbirata med dvema strategijama: čistiti kožuh (Č) svoji sosedi ali ne (NČ)?

Primer 1: Čiščenje kožuha

Dve opici izbirata med dvema strategijama:
čistiti kožuh (Č) svoji sosedi ali ne (NČ)?

- Opica ima od čiščenja korist K

Primer 1: Čiščenje kožuha

Dve opici izbirata med dvema strategijama: čistiti kožuh (Č) svoji sosedi ali ne (NČ)?

- Opica ima od čiščenja korist K
- Opica v čiščenje vloži trud T

Primer 1: Čiščenje kožuha

Dve opici izbirata med dvema strategijama: čistiti kožuh (Č) svoji sosedi ali ne (NČ)?

- Opica ima od čiščenja korist K
- Opica v čiščenje vloži trud T
- $K > T > 0$.

Primer 1: Čiščenje kožuha

Dve opici izbirata med dvema strategijama: čistiti kožuh (Č) svoji sosedi ali ne (NČ)?

- Opica ima od čiščenja korist K
- Opica v čiščenje vloži trud T
- $K > T > 0$.

OPICA 2

OPICA 1		Č	NČ
	Č		
	NČ		

Primer 1: Čiščenje kožuha

Dve opici izbirata med dvema strategijama: čistiti kožuh (Č) svoji sosedi ali ne (NČ)?

- Opica ima od čiščenja korist K
- Opica v čiščenje vloži trud T
- $K > T > 0$.

OPICA 2

OPICA 1		Č	NČ
	Č	(K-T,K-T)	
	NČ		

Primer 1: Čiščenje kožuha

Dve opici izbirata med dvema strategijama: čistiti kožuh (Č) svoji sosedi ali ne (NČ)?

- Opica ima od čiščenja korist K
- Opica v čiščenje vloži trud T
- $K > T > 0$.

OPICA 2

OPICA 1		Č	NČ
	Č	(K-T,K-T)	(-T,K)
	NČ		

Primer 1: Čiščenje kožuha

Dve opici izbirata med dvema strategijama: čistiti kožuh (Č) svoji sosedi ali ne (NČ)?

- Opica ima od čiščenja korist K
- Opica v čiščenje vloži trud T
- $K > T > 0$.

OPICA 2

OPICA 1		Č	NČ
	Č	(K-T,K-T)	(-T,K)
	NČ	(K,-T)	

Primer 1: Čiščenje kožuha

Dve opici izbirata med dvema strategijama: čistiti kožuh (Č) svoji sosedi ali ne (NČ)?

- Opica ima od čiščenja korist K
- Opica v čiščenje vloži trud T
- $K > T > 0$.

OPICA 1 / OPICA 2

	Č	NČ
Č	(K-T,K-T)	(-T,K)
NČ	(K,-T)	(0,0)

Primer 1: Čiščenje kožuha

Dve opici izbirata med dvema strategijama: čistiti kožuh (Č) svoji sosedi ali ne (NČ)?

- Opica ima od čiščenja korist K
- Opica v čiščenje vloži trud T
- $K > T > 0$.

OPICA 2

OPICA 1		Č	NČ
	Č	(K-T,K-T)	(-T,K)
	NČ	(K,-T)	(0,0)

Kaj naj opica naredi?

Primer 1: Čiščenje kožuha

Naj bo $K = 2$, $T = 1$.

		OPICA 2	
		Č	NČ
OPICA 1	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

Primer 1: Čiščenje kožuha

Naj bo $K = 2$, $T = 1$.

		OPICA 2	
		Č	NČ
OPICA 1	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

Opazimo:

- Če druga opica čisti, potem ima prva opica večjo korist kadar ne čisti.

Primer 1: Čiščenje kožuha

Naj bo $K = 2$, $T = 1$.

OPICA 2

OPICA 1		Č	NČ
	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

Opazimo:

- Če druga opica čisti, potem ima prva opica večjo korist kadar ne čisti.
- Če druga opica ne čisti, potem ima prva opica večjo korist kadar ne čisti.

Primer 1: Čiščenje kožuha

Naj bo $K = 2$, $T = 1$.

		OPICA 2	
		Č	NČ
OPICA 1	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

Sklepi:

- Ne glede na strategijo sosede je za opico bolje, da ne čisti. Rečemo: strategija NČ je DOMINANTNA.

Primer 1: Čiščenje kožuha

Naj bo $K = 2$, $T = 1$.

		OPICA 2	
		Č	NČ
OPICA 1	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

Sklepi:

- Ne glede na strategijo sosede je za opico bolje, da ne čisti. Rečemo: strategija NČ je DOMINANTNA.
- Situacija je simetrična. Posledica: nobena od opic ne čisti. Korist za obe manjša, kot če bi obe čistili.

Primer 1: Čiščenje kožuha

Naj bo $K = 2$, $T = 1$.

OPICA 2

OPICA 1		Č	NČ
	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

SKLEPI:

- Ne glede na strategijo sosede je za opico bolje, da ne čisti. Rečemo: strategija NČ je DOMINANTNA.
- Situacija je simetrična. Posledica: nobena od opic ne čisti. Korist za obe manjša, kot če bi obe čistili.
- Igra ne predvidi sodelovanja. Kot zanimivost: ponavljanje iste igre lahko vodi do sodelovanja.

Primer 2: Igra "sokola in goloba" (angl. Hawk and Dove game)

V boju za ozemlje ali hrano vrednosti V živali izbirata med dvema strategijama: sokol (S) ali golob (G)

Primer 2: Igra “sokola in goloba” (angl. Hawk and Dove game)

V boju za ozemlje ali hrano vrednosti V živali izbirata med dvema strategijama: sokol (S) ali golob (G)

- Dva “goloba” vir razdelita brez boja

Primer 2: Igra "sokola in goloba" (angl. Hawk and Dove game)

V boju za ozemlje ali hrano vrednosti V živali izbirata med dvema strategijama: sokol (S) ali golob (G)

- Dva "goloba" vir razdelita brez boja
- V srečanju "golob" in "sokol" se "golob" umakne, "sokol" dobi ves plen

Primer 2: Igra "sokola in goloba" (angl. Hawk and Dove game)

V boju za ozemlje ali hrano vrednosti V živali izbirata med dvema strategijama: sokol (S) ali golob (G)

- Dva "goloba" vir razdelita brez boja
- V srečanju "golob" in "sokol" se "golob" umakne, "sokol" dobi ves plen
- Dva "sokola" se borita dokler se eden od njiju ne poškoduje in odneha. Cena poškodbe je C.

Primer 2: Igra “sokola in goloba” (angl. Hawk and Dove game)

V boju za ozemlje ali hrano vrednosti V živali izbirata med dvema strategijama: sokol (S) ali golob (G)

- Dva “goloba” vir razdelita brez boja
- V srečanju “golob” in “sokol” se “golob” umakne, “sokol” dobi ves plen
- Dva “sokola” se borita dokler se eden od njiju ne poškoduje in odneha. Cena poškodbe je C.

IGRALEC 2

		S	G
IGRALEC 1	S		
	G		

V boju za ozemlje ali hrano vrednosti V živali izbirata med dvema strategijama: sokol (S) ali golob (G)

- Dva "goloba" vir razdelita brez boja
- V srečanju "golob" in "sokol" se "golob" umakne, "sokol" dobi ves plen
- Dva "sokola" se borita dokler se eden od njiju ne poškoduje in odneha. Cena poškodbe je C.

		IGRALEC 2	
		S	G
IGRALEC 1	S	$(\frac{1}{2}(V-C), \frac{1}{2}(V-C))$	
	G		

Primer 2: Igra "sokola in goloba" (angl. Hawk and Dove game)

V boju za ozemlje ali hrano vrednosti V živali izbirata med dvema strategijama: sokol (S) ali golob (G)

- Dva "goloba" vir razdelita brez boja
- V srečanju "golob" in "sokol" se "golob" umakne, "sokol" dobi ves plen
- Dva "sokola" se borita dokler se eden od njiju ne poškoduje in odneha. Cena poškodbe je C.

IGRALEC 2

IGRALEC 1		S	G
	S	$(\frac{1}{2}(V-C), \frac{1}{2}(V-C))$	$(V,0)$
	G		

Primer 2: Igra "sokola in goloba" (angl. Hawk and Dove game)

V boju za ozemlje ali hrano vrednosti V živali izbirata med dvema strategijama: sokol (S) ali golob (G)

- Dva "goloba" vir razdelita brez boja
- V srečanju "golob" in "sokol" se "golob" umakne, "sokol" dobi ves plen
- Dva "sokola" se borita dokler se eden od njiju ne poškoduje in odneha. Cena poškodbe je C.

IGRALEC 2

IGRALEC 1		S	G
	S	$(\frac{1}{2}(V-C), \frac{1}{2}(V-C))$	$(V, 0)$
	G	$(0, V)$	

Primer 2: Igra “sokola in goloba” (angl. Hawk and Dove game)

V boju za ozemlje ali hrano vrednosti V živali izbirata med dvema strategijama: sokol (S) ali golob (G)

- Dva “goloba” vir razdelita brez boja
- V srečanju “golob” in “sokol” se “golob” umakne, “sokol” dobi ves plen
- Dva “sokola” se borita dokler se eden od njiju ne poškoduje in odneha. Cena poškodbe je C.

IGRALEC 2

IGRALEC 1	S	G
S	$(\frac{1}{2}(V-C), \frac{1}{2}(V-C))$	$(V, 0)$
G	$(0, V)$	$(\frac{V}{2}, \frac{V}{2})$

Primer 2: Igra "sokola in goloba" (angl. Hawk and Dove game)

V boju za ozemlje ali hrano vrednosti V živali izbirata med dvema strategijama: sokol (S) ali golob (G)

- Dva "goloba" vir razdelita brez boja
- V srečanju "golob" in "sokol" se "golob" umakne, "sokol" dobi ves plen
- Dva "sokola" se borita dokler se eden od njiju ne poškoduje in odneha. Cena poškodbe je C.

IGRALEC 2

IGRALEC 1		S	G
	S	$(\frac{1}{2}(V-C), \frac{1}{2}(V-C))$	$(V,0)$
	G	$(0,V)$	$(\frac{V}{2}, \frac{V}{2})$

Kakšno strategijo naj izbereta igralca?

Primer 2a: Igra "sokola in goloba"

Naj bo $V > C$, recimo: $V = 6$ in $C = 4$

IGRALEC 2

IGRALEC 1

	S	G
S	(1,1)	(6,0)
G	(0,6)	(3,3)

Primer 2a: Igra "sokola in goloba"

Naj bo $V > C$, recimo: $V = 6$ in $C = 4$

IGRALEC 2

IGRALEC 1

	S	G
S	(1,1)	(6,0)
G	(0,6)	(3,3)

Sklep:

Če je vrednost V večja od cene poškodbe C, je S dominantna strategija. Oba igralca izbereta agresivno strategijo.

Primer 2b: Igra "sokola in goloba"

Naj bo $V < C$, recimo: $V = 4$ in $C = 6$

IGRALEC 2

IGRALEC 1		S	G
	S	(-1,-1)	(4,0)
	G	(0,4)	(2,2)

Primer 2b: Igra "sokola in goloba"

Naj bo $V < C$, recimo: $V = 4$ in $C = 6$

IGRALEC 2

IGRALEC 1

	S	G
S	(-1,-1)	(4,0)
G	(0,4)	(2,2)

Sklep:

Dominantne strategije ni.

Primer 2b: Igra “sokola in goloba”

Naj bo $V < C$, recimo: $V = 4$ in $C = 6$

IGRALEC 2

IGRALEC 1

	S	G
S	(-1,-1)	(4,0)
G	(0,4)	(2,2)

Sklep:

Dominantne strategije ni.

Ali poznamo drugačne rešitve?

Nashevo ravnovesje (angl. Nash equilibrium)

Nashevo ravnovesje v igri dveh igralcev je par strategij, kjer nobeden od posameznikov ne pridobi s spremembo strategije.

John Nash (1928 -)

Nashevo ravnovesje (angl. Nash equilibrium)

Nashevo ravnovesje v igri dveh igralcev je par strategij, kjer nobeden od posameznikov ne pridobi s spremembo strategije.

Bolj natančno: $(\hat{x}, \hat{y})$ je Nashevo ravnovesje če:

(i) $P_1(x, \hat{y}) \leq P_1(\hat{x}, \hat{y})$ in

(ii) $P_2(\hat{x}, y) \leq P_2(\hat{x}, \hat{y})$

za poljubni strategiji x in y.
P_i je t.i. pay-off igralcu $i \in \{1, 2\}$.

John Nash (1928 -)

Nashevo ravnovesje (angl. Nash equilibrium)

Nashevo ravnovesje v igri dveh igralcev je par strategij, kjer nobeden od posameznikov ne pridobi s spremembo strategije.

Bolj natančno: $(\hat{x}, \hat{y})$ je Nashevo ravnovesje če:

(i) $P_1(x, \hat{y}) \leq P_1(\hat{x}, \hat{y})$ in

(ii) $P_2(\hat{x}, y) \leq P_2(\hat{x}, \hat{y})$

za poljubni strategiji x in y.
P_i je t.i. pay-off igralcu $i \in \{1, 2\}$.

John Nash (1928 -)

Ali imamo Nasheva ravnovesja v igri čiščenja kožuhov ter igri "sokola in goloba"?

Primer 1. Čiščenje kožuha (II)

		OPICA 2	
		Č	NČ
OPICA 1	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

Primer 1. Čiščenje kožuha (II)

		OPICA 2	
		Č	NČ
OPICA 1	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

Sklep:

- Strategija (Č, Č) NI Nashevo ravnovesje, saj vsaka od opic pridobi z menjavo strategije: $P_1(N\check{C}, \check{C}) = 2 > P_1(\check{C}, \check{C}) = 1$.

Primer 1. Čiščenje kožuha (II)

		OPICA 2	
		Č	NČ
OPICA 1	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

Sklep:

- Strategija (Č, Č) NI Nashevo ravnovesje, saj vsaka od opic pridobi z menjavo strategije: $P_1(N\check{C}, \check{C}) = 2 > P_1(\check{C}, \check{C}) = 1$.
- Strategiji (Č, NČ) in (NČ, Č) NISTA Nashevi ravnovesji: opica, ki čisti pridobi z menjavo strategije.

Primer 1. Čiščenje kožuha (II)

	OPICA 2	
OPICA 1	**Č**	**NČ**
Č	(1,1)	(-1,2)
NČ	(2,-1)	(0,0)

Sklep:

- Strategija (Č, Č) NI Nashevo ravnovesje, saj vsaka od opic pridobi z menjavo strategije: $P_1(N\check{C},\check{C}) = 2 > P_1(\check{C},\check{C}) = 1$.
- Strategiji (Č, NČ) in (NČ, Č) NISTA Nashevi ravnovesji: opica, ki čisti pridobi z menjavo strategije.
- Strategija (NČ, NČ) JE Nashevo ravnovesje:
  $P_1(\check{C},N\check{C}) = -1 < P_1(N\check{C},N\check{C}) = 0$ in
  $P_2(N\check{C},\check{C}) = -1 < P_2(N\check{C},N\check{C}) = 0$.

Primer 2a: Igra "sokola in goloba" (II)

Naj bo $V > C$, recimo: $V = 6$ in $C = 4$

IGRALEC 2

IGRALEC 1

	S	G
S	(1,1)	(6,0)
G	(0,6)	(3,3)

Primer 2a: Igra "sokola in goloba" (II)

Naj bo $V > C$, recimo: $V = 6$ in $C = 4$

IGRALEC 2

IGRALEC 1

	S	G
S	(1,1)	(6,0)
G	(0,6)	(3,3)

Sklep:

Če je vir vreden več kot je cena poškodbe, je strategija (S, S) edino Nashevo ravnovesje.

Primer 2b: Igra “sokola in goloba”(II)

Naj bo $V < C$, recimo: $V = 4$ in $C = 6$

IGRALEC 2

IGRALEC 1

	S	G
S	(-1,-1)	(4,0)
G	(0,4)	(2,2)

Primer 2b: Igra "sokola in goloba" (II)

Naj bo $V < C$, recimo: $V = 4$ in $C = 6$

IGRALEC 2

IGRALEC 1

	S	G
S	(-1,-1)	(4,0)
G	(0,4)	(2,2)

SKLEP:

Če je vir vreden manj kot je cena poškodbe, sta (S, G) in (G, S) edini Nashevi ravnovesji.

Nasheva ravnovesja v biologiji?

- Če dva akterja igrata Nashevo ravnovesje, potem nobeden od njiju ne želi spremeniti strategije.

Nasheva ravnovesja v biologiji?

- Če dva akterja igrata Nashevo ravnovesje, potem nobeden od njiju ne želi spremeniti strategije.
- Nashevo ravnovesje sestavljata strategiji, ki sta najboljša odziva glede na strategijo drugega.

Nasheva ravnovesja v biologiji?

- Če dva akterja igrata Nashevo ravnovesje, potem nobeden od njiju ne želi spremeniti strategije.
- Nashevo ravnovesje sestavljata strategiji, ki sta najboljša odziva glede na strategijo drugega.

Nashevo ravnovesje je zelo pomemben pojem v teoriji iger, manj pomemben pri uporabah v biologiji. Zakaj?

Nasheva ravnovesja v biologiji?

- Če dva akterja igrata Nashevo ravnovesje, potem nobeden od njiju ne želi spremeniti strategije.
- Nashevo ravnovesje sestavljata strategiji, ki sta najboljša odziva glede na strategijo drugega.

Nashevo ravnovesje je zelo pomemben pojem v teoriji iger, manj pomemben pri uporabah v biologiji. Zakaj?

- Primer: igra sokola in goloba. Zakaj bi se eden od posameznikov vnaprej odrekel hrani ali zemlji?
  Ali: zakaj bi se tak par strategij sploh pojavil v populaciji?

Nasheva ravnovesja v biologiji?

- Če dva akterja igrata Nashevo ravnovesje, potem nobeden od njiju ne želi spremeniti strategije.
- Nashevo ravnovesje sestavljata strategiji, ki sta najboljša odziva glede na strategijo drugega.

Nashevo ravnovesje je zelo pomemben pojem v teoriji iger, manj pomemben pri uporabah v biologiji. Zakaj?

- Primer: igra sokola in goloba. Zakaj bi se eden od posameznikov vnaprej odrekel hrani ali zemlji?
  Ali: zakaj bi se tak par strategij sploh pojavil v populaciji?
- Strategija ni nujno stvar odločitve, lahko je vnaprej določena (genetika).

Nasheva ravnovesja v biologiji?

- Če dva akterja igrata Nashevo ravnovesje, potem nobeden od njiju ne želi spremeniti strategije.
- Nashevo ravnovesje sestavljata strategiji, ki sta najboljša odziva glede na strategijo drugega.

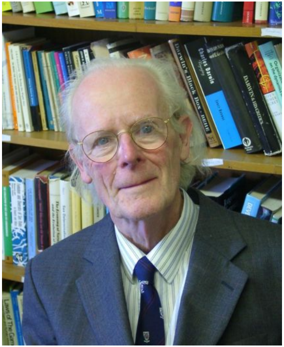
Nashevo ravnovesje je zelo pomemben pojem v teoriji iger, manj pomemben pri uporabah v biologiji. Zakaj?

- Primer: igra sokola in goloba. Zakaj bi se eden od posameznikov vnaprej odrekel hrani ali zemlji?
  Ali: zakaj bi se tak par strategij sploh pojavil v populaciji?
- Strategija ni nujno stvar odločitve, lahko je vnaprej določena (genetika).

Pri uporabah teorije iger v biologiji je zelo pomemben pojem **evolucijsko stabilne strategije**.

Evolucijsko stabilna strategija (ESS) angl. Evolutionarily Stable Strategy

Evolucijsko stabilna strategija
je strategija, za katero velja:
če jo ima velik del populacije, potem nobena druga strategija v populaciji ne more uspeti.



John Maynard Smith (1920 - 2004)

Evolucijsko stabilna strategija (ESS) angl. Evolutionarily Stable Strategy

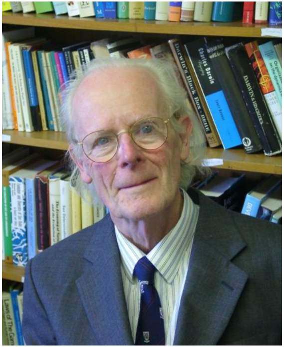
Evolucijsko stabilna strategija
je strategija, za katero velja:
če jo ima velik del populacije, potem nobena druga strategija v populaciji ne more uspeti.

Izkaže se: $\hat{x}$ je ESS če

(i) $P_1(x,\hat{x}) < P_1(\hat{x},\hat{x})$ ali

(ii) $P_1(x,\hat{x}) = P_1(\hat{x},\hat{x})$ in $P_1(\hat{x},x) > P_1(x,x)$

za poljubno strategijo x.



John Maynard Smith (1920 - 2004)

Evolucijsko stabilna strategija (ESS) angl. Evolutionarily Stable Strategy

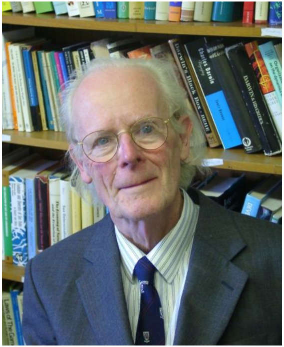
Evolucijsko stabilna strategija
je strategija, za katero velja:
če jo ima velik del populacije, potem nobena druga strategija v populaciji ne more uspeti.

Izkaže se: $\hat{x}$ je ESS če

(i) $P_1(x, \hat{x}) < P_1(\hat{x}, \hat{x})$ ali

(ii) $P_1(x, \hat{x}) = P_1(\hat{x}, \hat{x})$ in $P_1(\hat{x}, x) > P_1(x, x)$

za poljubno strategijo x.



John Maynard Smith (1920 - 2004)

Kot zanimivost:

- če je $\hat{x}$ ESS, je $(\hat{x}, \hat{x})$ Nashevo ravnovesje.
- če je $(\hat{x}, \hat{x})$ Nashevo ravnovesje, potem $\hat{x}$ ni nujno ESS.

Evolucijsko stabilna strategija (ESS) angl. Evolutionarily Stable Strategy

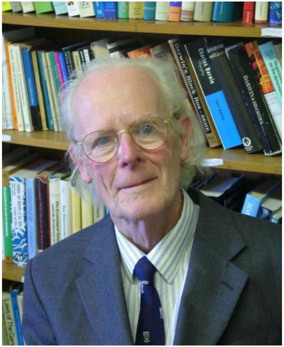
Evolucijsko stabilna strategija
je strategija, za katero velja:
če jo ima velik del populacije, potem nobena druga strategija v populaciji ne more uspeti.

Izkaže se: $\hat{x}$ je ESS če

(i) $P_1(x, \hat{x}) < P_1(\hat{x}, \hat{x})$ ali

(ii) $P_1(x, \hat{x}) = P_1(\hat{x}, \hat{x})$ in $P_1(\hat{x}, x) > P_1(x, x)$

za poljubno strategijo x.



John Maynard Smith (1920 - 2004)

Kot zanimivost:

- če je $\hat{x}$ ESS, je $(\hat{x}, \hat{x})$ Nashevo ravnovesje.
- če je $(\hat{x}, \hat{x})$ Nashevo ravnovesje, potem $\hat{x}$ ni nujno ESS.

Ali imamo ESS v igri čiščenja kožuhov in igri "sokola in goloba"?

Primer 1. Čiščenje kožuha (III)

		OPICA 2	
		Č	NČ
OPICA 1	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

Primer 1. Čiščenje kožuha (III)

OPICA 2

OPICA 1		Č	NČ
	Č	(1,1)	(-1,2)
	NČ	(2,-1)	(0,0)

Sklep:

- Strategija Č ni ESS, saj je dovzetna za goljufe, ki ne čistijo.

Primer 1. Čiščenje kožuha (III)

OPICA 1 / OPICA 2

	Č	NČ
Č	(1,1)	(-1,2)
NČ	(2,-1)	(0,0)

Sklep:

- Strategija Č ni ESS, saj je dovzetna za goljufe, ki ne čistijo.
- Strategija NČ je ESS.

Primer 2a: Igra "sokola in goloba" (III)

Naj bo $V > C$, recimo: $V = 6$ in $C = 4$

IGRALEC 2

IGRALEC 1

	S	G
S	(1,1)	(6,0)
G	(0,6)	(3,3)

Primer 2a: Igra "sokola in goloba" (III)

Naj bo $V > C$, recimo: $V = 6$ in $C = 4$

IGRALEC 1

IGRALEC 2	S	G
S	(1,1)	(6,0)
G	(0,6)	(3,3)

Sklep:

Če je vir vreden več kot je cena poškodbe, je strategija S evolucijsko stabilna. Strategija G ni ESS.

Primer 2b: Igra "sokola in goloba" (III)

Naj bo $V < C$, recimo: $V = 4$ in $C = 6$

IGRALEC 2

IGRALEC 1

	S	G
S	(-1,-1)	(4,0)
G	(0,4)	(2,2)

Primer 2b: Igra “sokola in goloba” (III)

Naj bo $V < C$, recimo: $V = 4$ in $C = 6$

IGRALEC 2

IGRALEC 1		S	G
	S	(-1,-1)	(4,0)
	G	(0,4)	(2,2)

Sklep:

Če je vir vreden manj kot je cena poškodbe, nobena od strategij ni evolucijsko stabilna.
Kot zanimivost: ESS obstaja če dovolimo t.i. mešane strategije.

Primer 3: Bitka hroščev dveh velikosti

Strategija ni vedno stvar odločitve.

Hrošči dveh velikosti, M in V:

- če se srečata dva enako velika hrošča, si hrano razdelita
- če se srečata majhen in velik hrošč, večji delež dobi večji hrošč
- večji hrošči iz hrane dobijo manj energije.

Primer 3: Bitka hroščev dveh velikosti

Strategija ni vedno stvar odločitve.

Hrošči dveh velikosti, M in V:

- če se srečata dva enako velika hrošča, si hrano razdelita
- če se srečata majhen in velik hrošč, večji delež dobi večji hrošč
- večji hrošči iz hrane dobijo manj energije.

HROŠČ 2

HROŠČ 1		M	V
	M	(5,5)	(1,8)
	V	(8,1)	(3,3)

Primer 3: Bitka hroščev dveh velikosti

Strategija ni vedno stvar odločitve.

Hrošči dveh velikosti, M in V:

- če se srečata dva enako velika hrošča, si hrano razdelita
- če se srečata majhen in velik hrošč, večji delež dobi večji hrošč
- večji hrošči iz hrane dobijo manj energije.

HROŠČ 2

HROŠČ 1		M	V
	M	(5,5)	(1,8)
	V	(8,1)	(3,3)

Vprašanje: v populaciji majhnih (velikih) hroščev se pojavijo veliki (majhni) mutanti. Ali lahko mutanti uspejo?

Primer 3: Bitka hroščev dveh velikosti

HROŠČ 2

HROŠČ 1

	M	V
M	(5,5)	(1,8)
V	(8,1)	(3,3)

Primer 3: Bitka hroščev dveh velikosti

		HROŠČ 2	
		M	V
HROŠČ 1	M	(5,5)	(1,8)
	V	(8,1)	(3,3)

Sklep:

- M ni ESS: v populaciji majhnih hroščev gre velikim hroščem zelo dobro: v spopadih z malimi hrošči dobijo večino hrane, med seboj se srečajo redko.

Primer 3: Bitka hroščev dveh velikosti

HROŠČ 2

HROŠČ 1	M	V
M	(5,5)	(1,8)
V	(8,1)	(3,3)

SKLEP:

- M ni ESS: v populaciji majhnih hroščev gre velikim hroščem zelo dobro: v spopadih z malimi hrošči dobijo večino hrane, med seboj se srečajo redko.
- V je ESS: v populaciji velikih hroščev gre malim hroščem zelo slabo: v spopadih z velikimi hrošči dobijo majhen delež hrane.

Primer 4: Sodelovati pri lovu ali ne?

Dva risa se odpravljata na lov:

- vsak sam lahko ulovi zajca (Z) vrednosti 3
- lov na jelena (J) zahteva sodelovanje obeh, plen vrednosti 10 si razdelita na pol

Primer 4: Sodelovati pri lovu ali ne?

Dva risa se odpravljata na lov:

- vsak sam lahko ulovi zajca (Z) vrednosti 3
- lov na jelena (J) zahteva sodelovanje obeh, plen vrednosti 10 si razdelita na pol

RIS 2

RIS 1

	Z	J
Z		
J		

Primer 4: Sodelovati pri lovu ali ne?

Dva risa se odpravljata na lov:

- vsak sam lahko ulovi zajca (Z) vrednosti 3
- lov na jelena (J) zahteva sodelovanje obeh, plen vrednosti 10 si razdelita na pol

RIS 2

RIS 1	Z	J
Z	(3,3)	
J		

Primer 4: Sodelovati pri lovu ali ne?

Dva risa se odpravljata na lov:

- vsak sam lahko ulovi zajca (Z) vrednosti 3
- lov na jelena (J) zahteva sodelovanje obeh, plen vrednosti 10 si razdelita na pol

RIS 2

RIS 1		Z	J
	Z	(3,3)	(3,0)
	J		

Primer 4: Sodelovati pri lovu ali ne?

Dva risa se odpravljata na lov:

- vsak sam lahko ulovi zajca (Z) vrednosti 3
- lov na jelena (J) zahteva sodelovanje obeh, plen vrednosti 10 si razdelita na pol

		RIS 2	
		Z	J
RIS 1	Z	(3,3)	(3,0)
	J	(0,3)	

Primer 4: Sodelovati pri lovu ali ne?

Dva risa se odpravljata na lov:

- vsak sam lahko ulovi zajca (Z) vrednosti 3
- lov na jelena (J) zahteva sodelovanje obeh, plen vrednosti 10 si razdelita na pol

RIS 2

		Z	J
RIS 1	Z	(3,3)	(3,0)
	J	(0,3)	(5,5)

Primer 4: Sodelovati pri lovu ali ne?

Dva risa se odpravljata na lov:

- vsak sam lahko ulovi zajca (Z) vrednosti 3
- lov na jelena (J) zahteva sodelovanje obeh, plen vrednosti 10 si razdelita na pol

RIS 2

RIS 1	Z	J
Z	(3,3)	(3,0)
J	(0,3)	(5,5)

Sklepi:

- Dominantne strategije ni.

Primer 4: Sodelovati pri lovu ali ne?

Dva risa se odpravljata na lov:

- vsak sam lahko ulovi zajca (Z) vrednosti 3
- lov na jelena (J) zahteva sodelovanje obeh, plen vrednosti 10 si razdelita na pol

RIS 2

RIS 1		Z	J
	Z	(3,3)	(3,0)
	J	(0,3)	(5,5)

Sklepi:

- Dominantne strategije ni.
- Para (J,J) in (Z,Z) sta edini Nashevi ravnovesji.

Primer 4: Sodelovati pri lovu ali ne?

Dva risa se odpravljata na lov:

- vsak sam lahko ulovi zajca (Z) vrednosti 3
- lov na jelena (J) zahteva sodelovanje obeh, plen vrednosti 10 si razdelita na pol

RIS 2

RIS 1	Z	J
Z	(3,3)	(3,0)
J	(0,3)	(5,5)

Sklepi:

- Dominantne strategije ni.
- Para (J,J) in (Z,Z) sta edini Nashevi ravnovesji.
- J in Z sta evolucijsko stabilni strategiji.

Primer 5: Boj za samico

Dva losa se borita za izbranko. Po začetnem razkazovanju moči in ustrahovanju se zapodita drug proti drugemu. Vsak od losov se lahko umakne (U) ali ne umakne (NU):

- če se nobeden od losov ne umakne, se zaletita: cena poškodbe je P, samica se umakne,
- če se umakne le eden, potem los ki se ne umakne dobi samico S
- če se umakneta oba, nobeden ne dobi nič

Primer 5: Boj za samico

Dva losa se borita za izbranko. Po začetnem razkazovanju moči in ustrahovanju se zapodita drug proti drugemu. Vsak od losov se lahko umakne (U) ali ne umakne (NU):

- če se nobeden od losov ne umakne, se zaletita: cena poškodbe je P, samica se umakne,
- če se umakne le eden, potem los ki se ne umakne dobi samico S
- če se umakneta oba, nobeden ne dobi nič

		LOS 2	
		U	NU
LOS 1	U		
	NU		

Primer 5: Boj za samico

Dva losa se borita za izbranko. Po začetnem razkazovanju moči in ustrahovanju se zapodita drug proti drugemu. Vsak od losov se lahko umakne (U) ali ne umakne (NU):

- če se nobeden od losov ne umakne, se zaletita: cena poškodbe je P, samica se umakne,
- če se umakne le eden, potem los ki se ne umakne dobi samico S
- če se umakneta oba, nobeden ne dobi nič

		LOS 2	
		U	NU
LOS 1	U	(0,0)	
	NU		

Primer 5: Boj za samico

Dva losa se borita za izbranko. Po začetnem razkazovanju moči in ustrahovanju se zapodita drug proti drugemu. Vsak od losov se lahko umakne (U) ali ne umakne (NU):

- če se nobeden od losov ne umakne, se zaletita: cena poškodbe je P, samica se umakne,
- če se umakne le eden, potem los ki se ne umakne dobi samico S
- če se umakneta oba, nobeden ne dobi nič

		LOS 2	
		U	NU
LOS 1	U	(0,0)	(0,S)
	NU		

Primer 5: Boj za samico

Dva losa se borita za izbranko. Po začetnem razkazovanju moči in ustrahovanju se zapodita drug proti drugemu. Vsak od losov se lahko umakne (U) ali ne umakne (NU):

- če se nobeden od losov ne umakne, se zaletita: cena poškodbe je P, samica se umakne,
- če se umakne le eden, potem los ki se ne umakne dobi samico S
- če se umakneta oba, nobeden ne dobi nič

		LOS 2	
		U	NU
LOS 1	U	(0,0)	(0,S)
	NU	(S,0)	

Primer 5: Boj za samico

Dva losa se borita za izbranko. Po začetnem razkazovanju moči in ustrahovanju se zapodita drug proti drugemu. Vsak od losov se lahko umakne (U) ali ne umakne (NU):

- če se nobeden od losov ne umakne, se zaletita: cena poškodbe je P, samica se umakne,
- če se umakne le eden, potem los ki se ne umakne dobi samico S
- če se umakneta oba, nobeden ne dobi nič

LOS 2

		U	NU
LOS 1	U	(0,0)	(0,S)
	NU	(S,0)	(-P,-P)

Primer 5: Boj za samico

Naj bo S = 10, P = 5:

LOS 2

LOS 1		U	NU
	U	(0,0)	(0,10)
	NU	(10,0)	(-5,-5)

Primer 5: Boj za samico

Naj bo S = 10, P = 5:

LOS 2

LOS 1		U	NU
	U	(0,0)	(0,10)
	NU	(10,0)	(-5,-5)

Sklepi:

- Dominantne strategije ni.

Primer 5: Boj za samico

Naj bo S = 10, P = 5:

		LOS 2	
		U	NU
LOS 1	U	(0,0)	(0,10)
	NU	(10,0)	(-5,-5)

Sklepi:

- Dominantne strategije ni.
- Para (U,NU) in (NU,U) sta edini Nashevi ravnovesji.

Primer 5: Boj za samico

Naj bo S = 10, P = 5:

		LOS 2	
		U	NU
LOS 1	U	(0,0)	(0,10)
	NU	(10,0)	(-5,-5)

Sklepi:

- Dominantne strategije ni.
- Para (U,NU) in (NU,U) sta edini Nashevi ravnovesji.
- Evolucijsko stabilne strategije ni.

Hvala za pozornost!

Več o teoriji iger, modeliranju in uporabi matematike v naravoslovju:

Fakulteta za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije
Univerza na Primorskem